

ВАРИАНТ 1

ЗАДАЧА 1.1. Найдти

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10x^3 \ln^3(x^4) - 12x^2 \ln^2(x^4) + 100x \ln(x^4) + 10}{50x^3 \ln^3(x^4) + 100x^2 \ln^2(x^4) - 32x \ln(x^4) + 1}.$$

ЗАДАЧА 1.2. Найдти ранг системы векторов в \mathbb{R}^4 :

$$v_1 = (1, 1, 4, 3); \quad v_2 = (0, 2, 1, 3); \quad v_3 = (1, 1, 3, 2), \quad v_4 = (3, 3, 4, 1).$$

ЗАДАЧА 1.3. Найдти интеграл

$$\iint_D (6xy^2) dx dy,$$

где область D представляет из себя трапецию с вершинами $(-4; 1)$, $(-1; 1)$, $(-1; 0)$, $(-4; -3)$.

ЗАДАЧА 1.4. Найдти сумму ряда

$$F(p) = \sum_{k=1}^{\infty} kp(1-p)^k$$

при фиксированном $0 < p < 1$.

ЗАДАЧА 1.5. Пусть $A \in SO_3(\mathbb{R}) = \{A \in Mat_3(\mathbb{R}) : AA^T = E, \det A = 1\}$. Докажите, что

$$(\operatorname{tr} A)^2 - \operatorname{tr} (A^2) = 2 \operatorname{tr} A.$$

ЗАДАЧА 1.6. Пусть функция $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ монотонно возрастает, причем не обязательно является непрерывной. Докажите, что существует точка x , для которой $f(x) = x$.

ЗАДАЧА 1.7. Пусть V — подпространство пространства вещественных матриц $Mat_n(\mathbb{R})$ размера $n \times n$, все элементы которого имеют нулевой определитель. Какую максимальную размерность может иметь пространство V ?

ВАРИАНТ 2

ЗАДАЧА 2.1. Найдти

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{20x^3 \ln^3(x^4) + 6x^2 \ln^2(x^4) + 10x \ln(x^4) + 10}{40x^3 \ln^3(x^4) - 100x^2 \ln^2(x^4) - 12x \ln(x^4) + 1}.$$

ЗАДАЧА 2.2. Найдти ранг системы векторов в \mathbb{R}^4 :

$$v_1 = (3, 1, 2, 1); \quad v_2 = (1, 2, 1, 1); \quad v_3 = (1, 0, -3, 2), \quad v_4 = (1, 1, 2, 0).$$

ЗАДАЧА 2.3. Найдти интеграл

$$\iint_D (2xy^2) dx dy,$$

где область D представляет из себя трапецию с вершинами $(-5; 1)$, $(-2; 1)$, $(-2; 0)$, $(-5; -3)$.

ЗАДАЧА 2.4. Найдти сумму ряда

$$F(p) = \sum_{k=1}^{\infty} kp(1-p)^k$$

при фиксированном $0 < p < 1$.

ЗАДАЧА 2.5. Пусть $A \in SO_3(\mathbb{R}) = \{A \in Mat_3(\mathbb{R}) : AA^T = E, \det A = 1\}$. Докажите, что

$$(\operatorname{tr} A)^2 - \operatorname{tr} (A^2) = 2 \operatorname{tr} A.$$

ЗАДАЧА 2.6. Пусть функция $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ монотонно возрастает, причем не обязательно является непрерывной. Докажите, что существует точка x , для которой $f(x) = x$.

ЗАДАЧА 2.7. Пусть V — подпространство пространства вещественных матриц $Mat_n(\mathbb{R})$ размера $n \times n$, все элементы которого имеют нулевой определитель. Какую максимальную размерность может иметь пространство V ?

ВАРИАНТ 3

ЗАДАЧА 3.1. Найдите

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{30x^3 \ln^3(x^4) - 150x^2 \ln^2(x^4) - 20x \ln(x^4) + 10}{60x^3 \ln^3(x^4) - 35x^2 \ln^2(x^4) + 52x \ln(x^4) + 1}.$$

ЗАДАЧА 3.2. Найдите ранг системы векторов в \mathbb{R}^4 :

$$v_1 = (4, 1, 2, 3); \quad v_2 = (1, 2, 1, 2); \quad v_3 = (7, 0, 4, 3), \quad v_4 = (1, 1, 2, 0).$$

ЗАДАЧА 3.3. Найдите интеграл

$$\iint_D (3xy^2) \, dx dy,$$

где область D представляет из себя трапецию с вершинами $(-4; 2)$, $(-1; 2)$, $(-1; 1)$, $(-4; -2)$.

ЗАДАЧА 3.4. Найдите сумму ряда

$$F(p) = \sum_{k=1}^{\infty} kp(1-p)^k$$

при фиксированном $0 < p < 1$.

ЗАДАЧА 3.5. Пусть $A \in SO_3(\mathbb{R}) = \{A \in Mat_3(\mathbb{R}) : AA^T = E, \det A = 1\}$. Докажите, что

$$(\operatorname{tr} A)^2 - \operatorname{tr} (A^2) = 2 \operatorname{tr} A.$$

ЗАДАЧА 3.6. Пусть функция $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ монотонно возрастает, причем не обязательно является непрерывной. Докажите, что существует точка x , для которой $f(x) = x$.

ЗАДАЧА 3.7. Пусть V — подпространство пространства вещественных матриц $Mat_n(\mathbb{R})$ размера $n \times n$, все элементы которого имеют нулевой определитель. Какую максимальную размерность может иметь пространство V ?

ВАРИАНТ 4

ЗАДАЧА 4.1. Найдти

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10x^3 \ln^3(x^4) + 12x^2 \ln^2(x^4) - 50x \ln(x^4) + 10}{40x^3 \ln^3(x^4) + 70x^2 \ln^2(x^4) - 22x \ln(x^4) + 1}.$$

ЗАДАЧА 4.2. Найдти ранг системы векторов в \mathbb{R}^4 :

$$v_1 = (5, 3, 2, 2); \quad v_2 = (1, -4, 1, 3); \quad v_3 = (3, 1, 4, 3), \quad v_4 = (3, 2, 1, 1).$$

ЗАДАЧА 4.3. Найдти интеграл

$$\iint_D (4xy^2) dx dy,$$

где область D представляет из себя трапецию с вершинами $(-1; 1)$, $(3; 1)$, $(3; 0)$, $(-1; -4)$.

ЗАДАЧА 4.4. Найдти сумму ряда

$$F(p) = \sum_{k=1}^{\infty} kp(1-p)^k$$

при фиксированном $0 < p < 1$.

ЗАДАЧА 4.5. Пусть $A \in SO_3(\mathbb{R}) = \{A \in Mat_3(\mathbb{R}) : AA^T = E, \det A = 1\}$. Докажите, что

$$(\operatorname{tr} A)^2 - \operatorname{tr} (A^2) = 2 \operatorname{tr} A.$$

ЗАДАЧА 4.6. Пусть функция $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ монотонно возрастает, причем не обязательно является непрерывной. Докажите, что существует точка x , для которой $f(x) = x$.

ЗАДАЧА 4.7. Пусть V — подпространство пространства вещественных матриц $Mat_n(\mathbb{R})$ размера $n \times n$, все элементы которого имеют нулевой определитель. Какую максимальную размерность может иметь пространство V ?